НЕРЕЗОНАНСНОЕ СПОНТАННОЕ ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРОНА НА ЯДРЕ В ПОЛЕ ДВУХ УМЕРЕННО СИЛЬНЫХ СВЕТОВЫХ ВОЛН В НЕИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ ОБЛАСТИ

С.П. Рощупкин, проф.; О.Б. Лысенко, асп.

Спонтанное тормозное излучение (СТИ) при рассеянии электрона на ядре в поле плоской электромагнитной волны изучается достаточно давно (см., например, работы [1-8]). В последние годы интерес привлекает изучение элементарных квантовых процессов первого порядка по постоянной тонкой структуры в поле нескольких лазерных полей [9-11, 13-16], а также процессов второго порядка по постоянной тонкой структуры [12] (рассеяние электрона на электроне в поле двух волн). При этом был открыт ряд новых физических эффектов, например, интерференционный эффект в процессе вынужденного излучения электрона на ядре в поле нескольких волн [11,13,15] и спонтанное излучение на комбинационных частотах электроном в поле нескольких волн [14,16].

В настоящей статье изучается процесс второго порядка по постоянной тонкой структуры - спонтанное тормозное излучение при рассеянии электрона на ядре в поле двух плоских электромагнитных волн произвольных поляризаций в области умеренно сильных интенсивностей. Используется релятивистская система единиц: $\hbar = c = 1$.

1 АМПЛИТУДА СТИ

Выберем 4-потенциал внешнего поля в виде суммы двух плоских электромагнитных волн, распространяющихся вдоль оси z:

$$A = A_1(\varphi_1) + A_2(\varphi_2), \tag{1}$$

где

$$A_j(\varphi_j) = \frac{F_j}{\omega_j}\left(e_{jx}\cos\varphi_j + \delta_j e_{jy}\sin\varphi_j\right). \tag{2}$$

Здесь δ_j - параметр эллиптичности ($\delta_j = 0$ - линейная поляризация, $\delta_j^2 = 1$ - циркулярная поляризация волн), $e_{jx} = (0, \vec{e}_{jx})$ и $e_{jy} = (0, \vec{e}_{jy})$ - 4-векторы поляризации волн, F_j и ω_j - напряженность и частота первой ($j = 1$) и второй ($j = 2$) волн, а аргумент φ_j имеет вид:

$$\varphi_j = \omega_j(t - z), \quad j = 1,2. \tag{3}$$

После простых выкладок (см. [7,11,17]) выражение для амплитуды можно представить в следующем виде:

$$S_{fi} = \sum_{l=-\infty}^{\infty}\sum_{s=-\infty}^{\infty} S_{ls}, \tag{4}$$

где парциальная амплитуда с излучением $(l > 0,\ s > 0)$ или поглощением $(l < 0,\ s < 0)$ $|l|$ - фотонов первой волны и $|s|$ - фотонов второй волны имеет вид:

$$S_{ls} = -i\frac{8\pi^{5/2}Ze^3}{\sqrt{2\omega'\tilde{E}_i\tilde{E}_f}}\exp(i\phi_{if})\left[\bar{u}_f \mathrm{H}_{ls} u_i\right]\frac{\delta(q_0)}{\vec{q}^{\,2}}, \tag{5}$$

$$\mathrm{H}_{ls} = \sum_{l'=-\infty}^{\infty}\sum_{s'=-\infty}^{\infty}\left[\mathrm{M}_{l-l',s-s'}(\tilde{p}_f, \tilde{q}_i)\frac{\hat{\tilde{q}}_i + m_*}{\tilde{q}_i^2 - m_*^2}\cdot \mathrm{K}_{l',s'}(\tilde{q}_i, \tilde{p}_i) + \right.$$
$$\left. + \mathrm{K}_{l',s'}(\tilde{p}_f, \tilde{q}_f)\frac{\hat{\tilde{q}}_f + m_*}{\tilde{q}_f^2 - m_*^2}\cdot \mathrm{M}_{l-l',s-s'}(\tilde{q}_f, \tilde{p}_i)\right]. \tag{6}$$

Здесь $\phi_{i,f}$ - фаза, не зависящая от индексов суммирования, $u_i, \bar{u}_f$ - биспиноры Дирака, $q = (q_0, \vec{q})$ - 4 переданный импульс, $\tilde{q}_i$ и $\tilde{q}_f$ - 4-импульсы промежуточных электронов для прямой и обменной амплитуд:

$$q = \tilde{p}_f - \tilde{p}_i + k' + lk_1 + sk_2, \tag{7}$$

$$\tilde{q}_i = \tilde{p}_i - k' - l'k_1 - s'k_2, \tag{8}$$

$$\tilde{q}_f = \tilde{p}_f + k' + l'k_1 + s'k_2, \qquad (9)$$

В (5)-(9) $k_1 = \omega_1 n = \omega_1 (1, \vec{n})$, $k_2 = \omega_2 n = \omega_2 (1, \vec{n})$ и $k' = \omega' n' = \omega' (1, \vec{n}')$ - 4-импульсы фотонов первой, второй волны и спонтанного фотона, $\tilde{p}_i$ и $\tilde{p}_f$ - 4-квазиимпульсы электрона до и после рассеяния, а m_* - эффективная масса электрона в поле волны (1):

$$\tilde{p}_j = p_j + \frac{m^2}{4(k_1 p_j)}\left[(1+\delta_1^2)\eta_1^2 + (1+\delta_2^2)\eta_2^2\right]\cdot k_1, \qquad j = i, f. \qquad (10)$$

$$m_* = m \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{2}(1+\delta_1^2)\eta_1^2 + \frac{1}{2}(1+\delta_2^2)\eta_2^2}\,. \qquad (11)$$

Здесь $p_j = (E_j, \vec{p}_j)$ - 4-импульс электрона до ($j = i$) и после ($j = f$) рассеяния, а

$$\eta_{1,2} = \frac{eF_{1,2}}{m\omega_{1,2}} \qquad (12)$$

- классический релятивистски-инвариантный параметр, характеризующий интенсивность первой и второй волн.

В выражении (6) операторы $\mathrm{M}_{rr'}$, определяющие амплитуду рассеяния электрона (если бы промежуточный электрон был реальным, см. [11]) на ядре в поле двух волн, имеют вид:

$$\mathrm{M}_{rr'}(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \tilde{\gamma}_0 \cdot \mathrm{I}_{rr'} + \frac{\omega_1 m^2}{8(k_1\tilde{p}_1)(k_1\tilde{p}_2)}\mathrm{B}_{rr'}\hat{k}_1 + \frac{m}{4(k_1\tilde{p}_1)}\tilde{\gamma}_0\hat{k}_1\hat{D}_{rr'} + \frac{m}{4(k_1\tilde{p}_2)}\hat{D}_{rr'}\hat{k}_1\tilde{\gamma}_0\,. \qquad (13)$$

Здесь $r = l - l'$, $r' = s - s'$, а $\tilde{p}_1 = \tilde{q}_i$, $\tilde{p}_2 = \tilde{p}_f$ - для прямой амплитуды и $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_i$, $\tilde{p}_2 = \tilde{q}_f$ - для обменной амплитуды. Операторы $\mathrm{K}_{l's'}$ в (6), определяющие амплитуду спонтанного излучения фотона электроном (если бы промежуточный электрон был реальным, см. [14]) в поле двух волн, равны:

$$\mathrm{K}_{l's'}(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \hat{\varepsilon}^* \cdot \mathrm{I}_{l's'} + \frac{\omega_1 m^2}{8(k_1\tilde{p}_1)(k_1\tilde{p}_2)}\mathrm{B}_{l's'}\hat{k}_1 + \frac{m}{4(k_1\tilde{p}_1)}\hat{\varepsilon}^*\hat{k}_1\hat{D}_{l's'} + \frac{m}{4(k_1\tilde{p}_2)}\hat{D}_{l's'}\hat{k}_1\hat{\varepsilon}^*\,. \qquad (14)$$

Здесь $\tilde{p}_1 = \tilde{p}_i$, $\tilde{p}_2 = \tilde{q}_i$ - для прямой амплитуды и $\tilde{p}_1 = \tilde{q}_f$, $\tilde{p}_2 = \tilde{p}_f$ - для обменной амплитуды. В выражениях (13)-(14) функции $\mathrm{I}_{rr'}$, $\mathrm{B}_{rr'}$ и 4-вектор $D_{rr'}$ (впервые введенные в работе [11], см., также [13-16]) имеют следующий вид:

$$D_{rr'} = \eta_1(e_1^* \cdot \mathrm{I}_{r+1,r'} + e_1 \cdot \mathrm{I}_{r-1,r'}) + \eta_2(e_2^* \cdot \mathrm{I}_{r,r'+1} + e_2 \cdot \mathrm{I}_{r,r'-1}), \quad e_j = e_{jx} + i\delta_j e_{jy}, \quad j = 1,2. \qquad (15)$$

$$\begin{aligned}\mathrm{B}_{rr'} = {} & \eta_1^2 \cdot \left[2(1+\delta_1^2)\cdot \mathrm{I}_{rr'} + (1-\delta_1^2)(\mathrm{I}_{r+2,r'} + \mathrm{I}_{r-2,r'})\right] + \\ & + \eta_2^2 \cdot \left[2(1+\delta_2^2)\cdot \mathrm{I}_{rr'} + (1-\delta_2^2)(\mathrm{I}_{r,r'+2} + \mathrm{I}_{r,r'-2})\right] + \\ & + 2\eta_1\eta_2 \cdot \left[d_- \cdot \mathrm{I}_{r-1,r'-1} + d_-^* \cdot \mathrm{I}_{r+1,r'+1} + d_+ \cdot \mathrm{I}_{r-1,r'+1} + d_+^* \cdot \mathrm{I}_{r+1,r'-1}\right],\end{aligned} \qquad (16)$$

$$d_\pm = (1 \pm \delta_1\delta_2)\cos\Delta + i(\delta_1 \pm \delta_2)\sin\Delta, \qquad \Delta = \angle(\vec{e}_{1x}, \vec{e}_{2x}) \qquad (17)$$

$$\begin{aligned}\mathrm{I}_{rr'} \equiv {} & \mathrm{I}_{rr'}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1;\ \chi_2, \gamma_2, \beta_2;\ \tau_-, \tau_+, \alpha_+, \alpha_-) = \\ = {} & \sum_{j=-\infty}^{\infty}\sum_{j'=-\infty}^{\infty} exp\left[-i(j\tau_- + j'\tau_+)\right]\cdot J_j(\alpha_+)\, J_{j'}(\alpha_-)\, L_{r-j-j'}(\chi_1, \gamma_1, \beta_1)\, L_{r'+j'-j}(\chi_2, \gamma_2, \beta_2)\end{aligned} \qquad (18)$$

Аргументы функций $\mathrm{I}_{rr'}$ равны:

$$tg\tau_\pm = \frac{Im\, d_\pm}{Re\, d_\pm} = \frac{\delta_1 \pm \delta_2}{1 \pm \delta_1\delta_2}tg\Delta, \qquad tg\chi_j = \delta_j\frac{(e_{jy}g_j)}{(e_{jx}g_j)}, \qquad g_j = \frac{\tilde{p}_2}{(k_j\tilde{p}_2)} - \frac{\tilde{p}_1}{(k_j\tilde{p}_1)}, \qquad (19)$$

$$\gamma_j \equiv \gamma_j(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1) = \eta_j m\sqrt{(e_{jx}g_j)^2 + \delta_j^2(e_{jy}g_j)^2}\,, \qquad (20)$$

$$\beta_j \equiv \beta_j\left(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1\right) = \frac{1}{8}\left(1 - \delta_j^2\right)\eta_j^2 m^2\left[\frac{1}{\left(k_j \tilde{p}_2\right)} - \frac{1}{\left(k_j \tilde{p}_1\right)}\right], \quad j = 1,2. \qquad (21)$$

$$\alpha_\pm \equiv \alpha_\pm\left(\tilde{p}_2, \tilde{p}_1\right) = \eta_1\eta_2 \frac{|d_\mp| \cdot m^2}{2\left(k_1 \pm k_2\right)}\left(\frac{1}{\tilde{p}_1} - \frac{1}{\tilde{p}_2}\right). \qquad (22)$$

Подчеркнем, что значения целочисленных индексов r, r' в формулах (15), (16), (18), а также 4-импульсов $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2$ в (15), (16), (18)-(22) равны соответствующим значениям в (13) и (14) (см. текст после этих формул). Функции $L_{r-j-j'}$ и $L_{r'+j'-j}$ определяются соответственно параметрами первой и второй волн и описывают многофотонные процессы в поле одной волны [7,11]:

$$L_r\left(\chi, \gamma, \beta\right) = exp\left(-ir\chi\right)\sum_{r'=-\infty}^{\infty} exp\left(2ir'\chi\right) J_{r-2r'}\left(\gamma\right) J_{r'}\left(\beta\right) \qquad (23)$$

Отметим, что γ_j (20) - известный квантовый параметр многофотонности Бункина-Федорова [18-20], квантовые параметры β_j (21) играют существенную роль для линейных поляризаций волн и больших энергиях электрона (для циркулярных поляризаций волн, а также для эллиптических поляризаций, но в дипольном приближении по взаимодействию электрона с электрическими полями обеих волн β_j = 0), а $\alpha_\pm$ (22) - квантовые интерференционные параметры, определяющие интерференционные эффекты в процессах рассеяния электрона на ядре и спонтанного излучения фотона электроном в поле двух волн. Подчеркнем также, что в (13), (14) функции $\mathrm{I}_{rr'}$ (18) определяют многофотонные процессы в поле двух волн и их детальный анализ дан в работе [11].

Выражения (4)-(6) для амплитуды СТИ электрона на ядре справедливы при произвольных значениях интенсивностей и частот обеих волн и для скоростей электронов $v_{i,f} >> Z/137$. Нетрудно показать , что при выключении одной из волн (например, при $F_2 = 0$) (4)-(6) будут определять амплитуду СТИ электрона на ядре в поле одной волны [7], а если выключить обе волны ($F_1 = F_2 = 0$) - обычную моттовскую амплитуду СТИ электрона на ядре [17].

Нетрудно показать, что при близких частотах волн получим хорошо изученный процесс СТИ электрона на ядре в поле плоской волны [7,8]. Поэтому в дальнейшем будем полагать, что частоты волн не близки:

$$|\Delta\omega|/\omega_1 \geq 1. \qquad (24)$$

Кроме этого, будем предполагать, что частоты волн удовлетворяют условиям:

$$\omega_1 > \omega_2, \qquad \omega_{1,2} << \begin{cases} m, & \text{åñëè } E_i > m \\ mv_i^2/2, & \text{åñëè } v_i << 1 \end{cases} \qquad (25)$$

2 ВЕРОЯТНОСТЬ СТИ В ОБЛАСТИ УМЕРЕННО СИЛЬНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЕЙ

Будем изучать СТИ электрона на ядре в неинтерференционной области, т.е. в такой кинематической области, где квантовые параметры Бункина-Федорова не малы и являются основными параметрами многофотонности (см. [11, 13]). В неинтерференционной области квантовые параметры (20)-(22) имеют следующий порядок величины:

$$\gamma_{1,2} \sim \eta_{1,2}\frac{mv_i}{\omega_{1,2}}, \qquad \beta_{1,2} \sim \gamma_{1,2} \cdot \xi_{1,2}, \qquad \alpha_\pm \sim \gamma_1 \cdot \xi_2 \sim \gamma_2 \cdot \xi_1, \qquad (26)$$

где

$$\xi_{1,2} = \eta_{1,2}\frac{m}{|\vec{p}_i|} \qquad (27)$$

- классический параметр, определяющий интегральные характеристики процесса [8,11,13]. В области умеренно сильных полей параметры $\xi_{1,2} << 1$, что для интенсивностей полей, в зависимости от энергии электрона, эквивалентно следующим условиям:

$$\eta_{1,2} << \begin{cases} v_i, & \text{åñëè } v_i << 1 \\ 1, & \text{åñëè } E_i \sim m \\ E_i/m, & \text{åñëè } E_i >> m \end{cases} \qquad (28)$$

В условиях (21) квантовые параметры $\beta_{1,2} << \gamma_{1,2}$, $\alpha_{\pm} << \gamma_{1,2}$ и многофотонные процессы, в основном, будут определяться квантовыми параметрами Бункина-Федорова ($l < \gamma_1$, $s < \gamma_2$).

Учитывая, что $l\omega_1/E_i < \xi_1 << 1$ è $s\omega_2/E_i < \xi_2 << 1$, получим, что в области умеренно сильных полей (28) амплитуда СТИ (5)-(14) существенно упрощается. Так выражения для 4 импульсов (7)-(9) и амплитуд (13)-(14) примут следующий вид:

$$q = p_f - p_i + k', \quad q_i = p_i - k', \quad q_f = p_f + k', \qquad (29)$$

$$\mathrm{M}_{l-l',s-s'} = \tilde{\gamma}_0 \cdot \mathrm{I}_{l-l',s-s'}, \qquad \mathrm{K}_{l',s'} = \hat{\varepsilon}^* \cdot \mathrm{I}_{l',s'} \qquad (30)$$

Из (29) видно, что в области умеренно сильных полей резонансы, связанные с выходом функции Грина промежуточного электрона в поле волн на массовую оболочку, не возникают ($q_i^2 \neq 0$, $q_f^2 \neq 0$), т.е. интервал полей (28) определяет также нерезонансную область.

Так как аргументы функций $\mathrm{I}_{l',s'}$ в (30) не зависят от индексов суммирования, то амплитуду (6) с учетом (30) можно легко просуммировать по всем значениям целочисленных индексов l' è s'. Окончательно амплитуда СТИ (5)-(6) примет следующий вид:

$$S_{ls} = \mathrm{I}_{ls} \cdot S_*, \qquad (31)$$

где S_* - амплитуда СТИ электрона на ядре без внешнего поля [17], а функции I_{ls} определяются выражением (18), в аргументах которых (19)- (22) следует положить $\tilde{p}_1 = p_i$, $\tilde{p}_2 = p_f$, т.е.

$$\gamma_{1,2} = \gamma_{1,2}(p_f, p_i), \quad \beta_{1,2} = \beta_{1,2}(p_f, p_i), \quad \alpha_{\pm} = \alpha_{\pm}(p_f, p_i) \qquad (32)$$

Учитывая вид амплитуды (31), парциальное дифференциальное сечение СТИ электрона на ядре в поле двух волн получается мгновенно

$$d\sigma_{ls} = |\mathrm{I}_{ls}|^2 \cdot d\sigma_* \qquad (33)$$

Здесь $d\sigma_*$ - дифференциальное сечение СТИ электрона на ядре без внешнего поля [17].

Из (33) видно, что в области умеренно сильных полей (28) сечение СТИ электрона на ядре факторизуется на произведение вероятности излучения (поглощения) l - фотонов первой волны, s - фотонов второй волны на сечение СТИ электрона на ядре без внешнего поля, т.е. процессы излучения спонтанного фотона и излучения (поглощения) фотонов обеих волн при торможении электрона на ядре происходят независимо друг от друга. Парциальное сечение (33) можно легко просуммировать по всем возможным процессам поглощения и излучения фотонов обеих волн. В результате получим ожидаемый результат, что полное сечение совпадает с сечением СТИ электрона на ядре без внешнего поля, т.е. в результате суммирования все существенно квантовые вклады, как и в случае одной волны [7], полностью компенсируются

$$d\sigma = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{s=-\infty}^{\infty} d\sigma_{ls} = d\sigma_* \qquad (34)$$

SUMMARY

Spontaneous Bremsstrahlung of an electron theoretically is investigated at scattering on the nucleus in a field two moderately force of electromagnetic waves in noninterference of area. The amplitude and differential cross section of investigated process is obtained. Is shown, that in area moderately force of fields a partial cross section factories on a product of probability of a radiation (absorption) of photons of both waves, which is determined by universal function I_{ls}*, on a cross section of a spontaneous bremsstrahlung of an electron on the nucleus without an exterior field.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедев. Оптика и спектроскопия.- 1972.- Т.32.- С.120.
2. Борисов, В.Ч. Жуковский. ЖЭТФ.- 1976.- Т.70.- С.477.
3. Карапетян, М.В. Федоров. ЖЭТФ.- 1978.- Т.75.- С.816.
4. Борисов, В.Ч. Жуковский, П.А. Эминов. ЖЭТФ.- 1980.- Т.78.- С.530.
5. Крайнов, С.П. Рощупкин. ЖЭТФ.- 1983.- Т.84.- С.1302.
6. Рощупкин. Известия вузов, Физика.- 1983.- Т.26.- С.18.
7. Рощупкин. Ядерная физика.- 1985.- Т.41.- С.1244.
8. Roshchupkin. Laser Physics.- 1996.- V.6.- №5.- P.
9. Карапетян, М.В. Федоров. Квантовая электроника.- 1977.- Т.4.- С.2203.
10. Gorodinskii and S.P. Roshchupkin.- Laser Physics.- 1992.- V.2.- P.602.
11. Рощупкин. ЖЭТФ.- 1994.- Т.106.- В.1(7).- С.102-118.

12. Denisenko and S.P. Roshchupkin.- Physika Scripta.- 1994.- V.50.- P.339-342.
13. Рощупкин. ЖЭТФ.- 1996.- Т.109.- В.2.- С.337-344.
14. Voroshilo and S.P. Roshchupkin. Laser Physics.- 1997.- V.7.- №2.- P.466-472.
15. Roshchupkin and A.I. Voroshilo. Laser Physics.- 1997.- V.7.- №3.- P.873-884.
16. Рощупкин, А.И. Ворошило. Вісник СумДУ.-1997.- №1(7).- С.126-131.
17. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. Квантовая электродинамика.- М.: Наука, 1989.
18. Бункин, М.В. Федоров. ЖЭТФ.- 1965.- Т.49.- С.1215.
19. Денисов, М.В. Федоров. ЖЭТФ.- 1967.- Т.53.- С.1340.
20. Бункин, А.Е. Казаков, М.В. Федоров. - УФН.- 1972.- Т.107.- С.559.